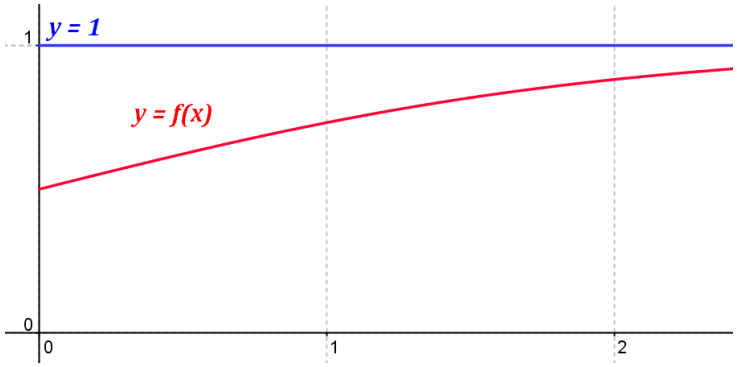
## EXERCICE N°1 : 20' 4 points

Soit $f$ la fonction définie sur $IR_+$ par $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$ et représentée dans le repère ci-dessous.




**1°)** Déterminer une primitive de $f$ sur $IR_+$.

**2°)** Soit la suite $(u_n)$ définie pour $n>0$ par $u_n=\int_{\ln n}^{\ln(n+1)} f(x)dx$

**a)** Calculer $u_1$ et $u_2$. Exprimer $u_n$ en fonction de n.

**b)** Que représente graphiquement le nombre $u_n$ ?

**3°)** Montrer que $(u_n)$ est une suite décroissante positive.

Calculer la limite de cette suite.

**4°)** On pose $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$.

**a)** Calculer $S_1$, $S_2$, $S_3$ et exprimer $S_n$ en fonction de $n$.

**b)** Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

## EXERCICE N°2 : 20' 4 points

**1°)** Soit $f$ la fonction définie sur IR par $f(x)=\dfrac{e^{1,15x}}{99+e^{1,15x}}$.

**a)** Démontrer que $f(x)=\dfrac{1}{1+99e^{-1,15x}}$.

**b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

**c)** Etudier les variations de la fonction $f$.

**2°)** Une ville compte 10000 habitants. A huit heures du matin **100** personnes apprennent une nouvelle par la radio locale, on note $f(t)$ la fréquence des personnes connaissant la nouvelle à l'instant t (en heure)

on choisit 8h du matin comme instant initiale $t=0$ ainsi $f(0)=\dfrac{100}{10000}=0,01$. La nouvelle se répand en ville de sorte que la vitesse de propagation $f'(t)$ vérifie $f'(t)=1,15f(t)\left[1-f(t)\right]$.

On considère, sur l'intervalle $[0,+\infty[$, la fonction $h$ définie par $h(t)=\dfrac{1}{f(t)}$.

**a)** Montrer que $h$ est une solution de l'équation différentielle $(E)$ $y'=-1,15y+1,15$

Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn